SEÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta seção serão apresentados problemas a nível de 2º grau, os quais poderão servir como sugestão para a Olimpíada Estadual.

1. Pede-se calcular o produto das diferenças entre um quadrado perfeito, n^2, e os quadrados perfeitos m^2, tais que $1 < m^2 < n^2$. (Proposto pelo aluno Alexandre Machado Kleis, da UFPR)
2. Construir, com régua e compasso, um triângulo ABC, conhecendo o lado a, a altura relativa ao mesmo lado, h_a, sabendo-se ainda que a razão dos ângulos adjacentes ao lado dado é 1:2. (Proposto pelo Prof. A.Mcchon Costa, da UFPR)
3. Admitindo condições adequadas de divisibilidade, reduza o máximo possível a expressão seguinte:

$$\frac{a^2 - b^2}{ab} - \frac{ab - b^2}{ab - a^2}.$$

4. Se o raio r de um círculo é aumentado em 100%, qual o percentual do aumento da área?
5. Em um tetraedro (não necessariamente regular), duas arestas opostas têm o mesmo comprimento m e são perpendiculares entre si. Além disso, cada uma delas é perpendicular ao segmento de reta de comprimento n que une seus pontos médios. Exprimir o volume do tetraedro em função de m e n.

6. Quando dividimos $f(x) = x^{13} + 1$ por $x - 1$, qual o resto encontrado?

7. Construa um ângulo de 15º com régua e compasso. Explique a construção e justifique. (Olimpíada de Matemática do Estado de São Paulo - 1979)

8. Sejam p e q números inteiros estritamente positivos, tais que

$$p/q = 1 - 1/2 + 1/3 - 1/4 + \dots - 1/1318 + 1/1319.$$

Mostre que 1979 divide p. (XXI Olimpíada Internacional de Matemática - Londres - 1979)

9. Um triângulo ABC tem base AB fixa sobre a reta r, e o vértice C desloca-se ao longo de uma reta s, paralela a r e à distância h de r. Determine a curva descrita pelo ponto de encontro das três alturas do triângulo ABC, quando C percorre s. (I Olimpíada Brasileira de Matemática - 1979)

10. Seja ABC triângulo isósceles, com ângulo em A igual a 20^o e ângulos em B e C iguais a 80^o. Do ponto B conduzimos uma reta formando 50^o com BC e que corta CA em E e do ponto C conduzimos uma reta que forma 60^o com BC e corta BA em D. As retas BE e CD cortam-se em G. Pede-se o ângulo D do triângulo DGE.

11. Se 5 meios geométricos são inseridos entre 8 e 5832, ache o quinto termo da progressão geométrica.

* * * *

Os leitores são convidados a enviar soluções para: Prof. Antonio Mochon Costa, Caixa Postal 1261, Curitiba (80.000) PR. No próximo número publicaremos uma seleção das melhores soluções recebidas.